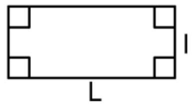
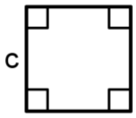
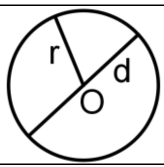
Chapitre 14 : Aires et volumes

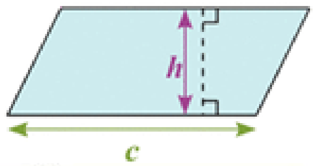
1) Aires de figures usuelles

a) Rappel :

	Figures	Dimensions	Périmètre (P)	Aire (A)
Rectangle		Longueur : **L** Largeur : **l**	**2 × (L + l)** **= 2 × L + 2 × l**	**L × l**
Carré		Longueur du coté : **c**	**4 × c**	**c × c**
Disque		Diamètre : **d** Rayon : **r** **d = 2 × r**	**π × d = π × 2 × r** **π ≈ 3,14**	**π × r × r**

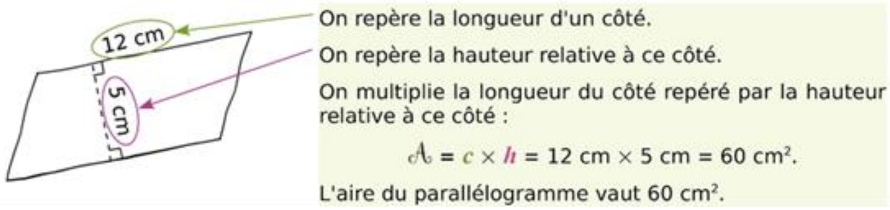
b) Aire d'un parallélogramme

Pour calculer l'aire d'un parallélogramme, on multiplie la longueur d'un **côté** par la **hauteur** relative à ce côté : **A = c × h**



Exemple :

Calculer l'aire du parallélogramme suivant :

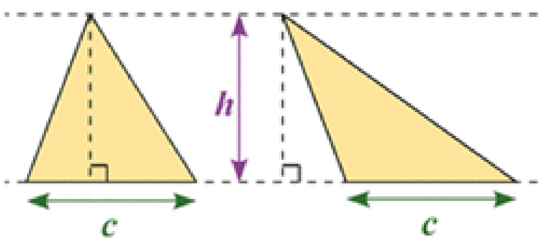


Remarque :

Pour calculer l'aire d'un losange, qui est un parallélogramme particulier, on peut également appliquer la formule $\frac{d \times D}{2}$ où d et D sont les diagonales du losange.

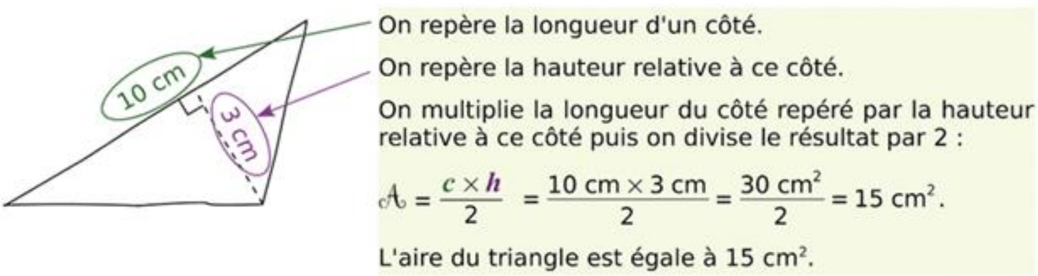
c) Aire d'un triangle

Pour calculer l'aire d'un triangle, on multiplie la **longueur d'un côté** par la **hauteur relative** à ce côté, puis on divise le résultat par 2 : $A = \frac{c \times h}{2}$.



Exemple :

Calculer l'aire du triangle suivant :



Remarque :

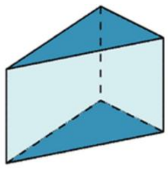
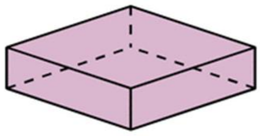
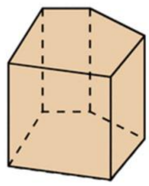
Chaque **médiane** d'un triangle le partage en deux triangles de **même aire**.

2) Prisme droit

a) Définition

Un **prisme droit** est un solide délimité par :
- deux polygones superposables et parallèles, appelés les **bases** du prisme ;
- des faces rectangulaires perpendiculaires aux bases, appelées les **faces latérales** du prisme.

Les **arêtes latérales** d'un prisme droit sont les côtés communs à deux faces latérales.
Ce sont des segments parallèles, perpendiculaires aux bases et de même longueur.
Cette longueur commune est appelée la **hauteur** du prisme droit.

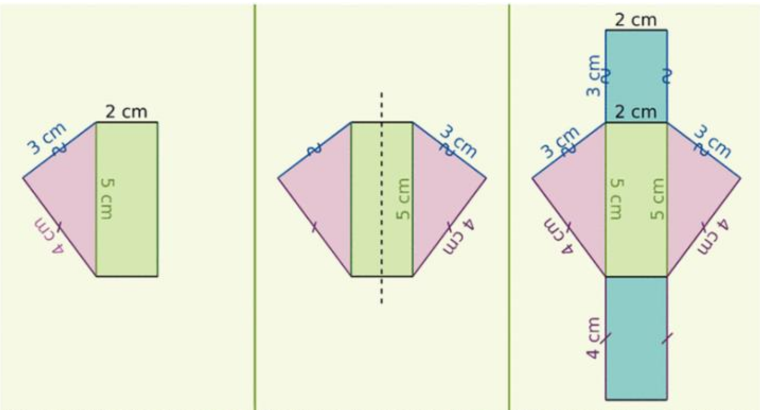




b) Patron

Un **patron** d'un prisme droit est composé des deux bases et des faces latérales du prisme.
Il existe plusieurs patrons d'un même prisme.

Exemple :

Dessiner le patron d'un prisme droit dont la base est un triangle de côtés 5 cm, 4 cm et 3 cm, et dont la hauteur est égale à 2 cm.



On construit une des bases, qui est un triangle, puis on trace une face latérale qui est un rectangle dont les côtés sont un côté de la base et la hauteur du prisme droit.	On trace la seconde base, qui est un triangle symétrique au premier par rapport à l'un des axes de symétrie du rectangle.	On complète le patron en traçant les deux dernières faces latérales du prisme droit, qui sont des rectangles.

c) Aire latérale

La **surface latérale** d'un prisme droit est un rectangle dont les dimensions sont le périmètre d'une base et la hauteur du prisme. **L'aire latérale** d'un prisme droit est égale à l'aire de la surface latérale.

Aire latérale = périmètre d'une base × hauteur

Exemple :

Périmètre de la base du prisme ci-dessus: $4 + 5 + 3 = 12$ cm. Aire latérale du prisme : $12 \times 2 = 24$ cm^2.

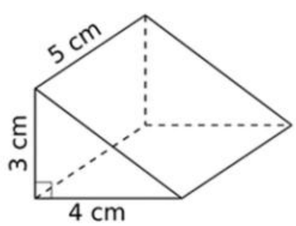
d) Volume

Pour calculer le **volume d'un prisme droit**, on multiplie l'aire d'une base par la hauteur du solide :

$$V = A_{base} \times h$$

Exemple :

Déterminer le volume du prisme droit suivant :



On calcule l'aire d'une base qui est un triangle rectangle :

$$\mathcal{A}_{base} = \frac{4\text{ cm} \times 3\text{ cm}}{2} = \frac{12\text{ cm}^2}{2} = 6\text{ cm}^2.$$

On multiplie l'aire d'une base par la hauteur :

$$\mathcal{V} = \mathcal{A}_{base} \times h = 6\text{ cm}^2 \times 5\text{ cm} = 30\text{ cm}^3.$$

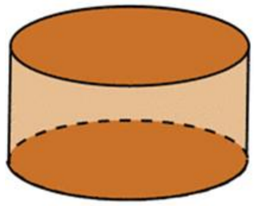
Le volume de ce prisme droit est 30 cm³.

3) Cylindre de révolution

a) Définition

Un **cylindre de révolution** est un solide délimité par :
- deux **disques superposables et parallèles**, appelées les bases du cylindre ;
- un **rectangle** « enroulé » autour des **bases**, appelé la **surface latérale** du cylindre

La droite passant par les centres des deux bases est appelés **l'axe** du cylindre.
Elle est perpendiculaire aux bases.
La distance entre les deux centres est appelée la **hauteur** du cylindre.

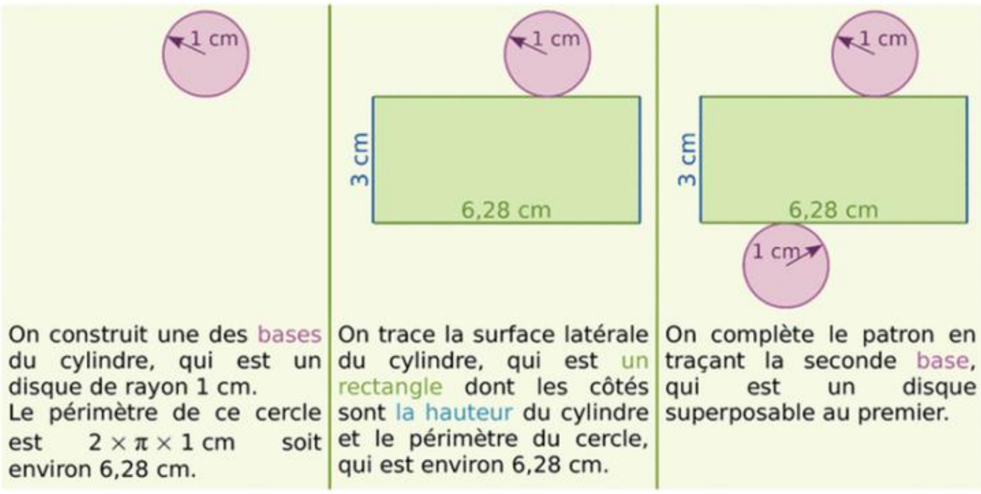


b) Patron

Un **patron** d'un cylindre de révolution est composé des **deux disques de base** et de la **surface latérale du cylindre**.

Exemple :

Dessiner le patron d'un cylindre de révolution de hauteur 3 cm ayant pour base un disque de rayon 1 cm.



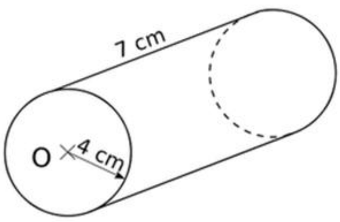
c) Aire latérale

La **surface latérale** d'un cylindre de révolution est un rectangle dont les dimensions sont le périmètre d'un disque de base et la hauteur du cylindre.
L'aire latérale d'un cylindre de révolution est égale à l'aire de la surface latérale.

Aire latérale = périmètre d'une base × hauteur

Exemple :

Détermine l'aire latérale du cylindre de révolution suivant :



On calcule le périmètre d'une base qui est un disque de rayon 4 cm :

$\mathcal{P}_{\text{base}} = 2 \times \pi \times 4\text{ cm} = 8\pi\text{ cm}$.

On multiplie le périmètre d'une base par la hauteur :

$\mathcal{A}_{\text{latérale}} = \mathcal{P}_{\text{base}} \times h = 8\pi\text{ cm} \times 7\text{ cm} = 56\pi\text{ cm}^2$.

L'aire latérale de ce cylindre de révolution est $56\pi\text{ cm}^2$.

Une valeur approchée au centième près de l'aire latérale de ce cylindre de révolution est $175{,}93\text{ cm}^2$.

d) Volume

Pour calculer le **volume d'un cylindre de révolution**, on multiplie l'aire d'une base par la hauteur du solide :

$$V = A_{\text{base}} \times h$$

Exemple :

Aire de la base du cylindre ci-dessus : $A_{\text{base}} = \pi \times r \times r = \pi \times 4 \times 4 \approx 50{,}27\text{ cm}^2$.

Volume du cylindre de révolution ci-dessus : $V = A_{\text{base}} \times h = 50{,}27 \times 7 = 351{,}89\text{ cm}^3$.